

高上 163)

$0 < a < 1$ である実数 a に対して、数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = a$
 $a_{n+1} = 4a_n(1 - a_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)で定義する。

(1) $a = \frac{1}{2}$ のとき、 a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$)を求めよ。

(2) すべての自然数 n について、 $0 \leq a_n \leq 1$ であることを証明せよ。

(3) $0 < a_k < \frac{1}{4}$ を満たす自然数 k について、 $a_{k+1} > 3a_k$ であることを証明せよ。

(4) $a_m \geq \frac{3}{4}$ を満たす自然数 m があることを証明せよ。

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ であるとき、 $a_N = 0$ となる自然数 N が存在することを証明せよ。

京都府立医科大学