

さいころを4回投げて、 k 回目($k=1, 2, 3, 4$)に出る目の数を X_k とする。1から6までの目は等確率で出るものとする。

(1) j, k ($j < k$) は数の集合 $\{1, 2, 3, 4\}$ を動くものとする。

X_1, X_2, X_3, X_4 の中で、 $X_j = X_k$ となる組 $\{j, k\}$ が少なくとも1つ存在する事象をA, $X_j = X_k$ となる組 $\{j, k\}$ がただ1つ存在する事象をB, 同じ目がちょうど3つ出る事象をCとする。確率 $P(A), P(B), P(C)$ をそれぞれ求めよ。

(2) Aが起こったときの和事象 $B \cup C$ の条件付き確率 $P_A(B \cup C)$ を求めよ。

(3) X_1, X_2, X_3, X_4 の値を小さい順に並べて、 $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq X_{(3)} \leq X_{(4)}$ を定める。例えば、 $X_1=3, X_2=2, X_3=6, X_4=2$ の場合、 $X_{(1)}=2, X_{(2)}=2, X_{(3)}=3, X_{(4)}=6$ である。確率 $P(X_{(1)} = 4)$ と $P(X_{(1)} = X_{(2)} = 4)$ を求めよ。